Aufgaben zum Vorkursvortrag Logik und Beweismethoden I

24. September 2017

1 Aufgabe

Seine A,B,C Aussagen. Beweise mittels Wahrheitstafeln und bekannter Sätze:

1. $\neg(\neg A) \Leftrightarrow A$
2. $(A \wedge w) \Leftrightarrow A$, $(A \wedge f) \Leftrightarrow f$
3. $(A \vee w) \Leftrightarrow w$, $(A \vee f) \Leftrightarrow A$
4. Kommutativität: $(A \wedge B) \Leftrightarrow (B \wedge A)$ (analog $\vee$)
5. Assoziativität: $(A \wedge (B \wedge C)) \Leftrightarrow ((A \wedge B) \wedge C)$ (analog $\vee$)

2 Aufgabe

Seine A,B,C Aussagen. Beweise mittels Wahrheitstafeln und bekannter Sätze:

1. DeMorgan'sche Regeln:
   (a) $\neg(A \wedge B) \Leftrightarrow (\neg A \vee \neg B)$
   (b) $\neg(A \vee B) \Leftrightarrow (\neg A \wedge \neg B)$
2. Distributivgesetze:
   (a) $(A \wedge (B \vee C)) \Leftrightarrow ((A \wedge B) \vee (A \wedge C))$

3 Aufgabe

1. Formalisiere die folgende Aussage: (In einzelne Aussagen unterteilen und daraus ein Aussagengebilde mit Operatoren erstellen)
   "Wenn ein hartgekochtes Ei nicht mit kaltem Wasser abgeschreckt wird, dann klebt die Schale am Eiweiß und das Ei lasst sich nicht gut schälen."
2. Andreas, Benedikt, Carolin und Dora sind auf eine Party eingeladen. Folgendes ist bekannt:
   (a) Wenn Andreas geht, dann geht auch Benedikt
   (b) Carolin und Dora gehen nicht beide
   (c) Von Andreas und Dora geht mindestens einer
   (d) Wenn Benedikt oder Dora geht, dann geht auch Carolin

   Wer geht auf die Party?

4 Aufgabe

1. Negiere die folgenden Aussagen A:
   (a) $\mathrm{A} = \forall x \in \mathbb{R} : \exists y \in \mathbb{R} : \; x < y^2$
   (b) $\mathrm{A} = \forall x, y \in \mathbb{R} : \forall \epsilon > 0 : \exists \delta > 0 : (|x - y| < \delta \Rightarrow |g(x) - g(y)| < \epsilon)$
   (c) Es gibt eine Universität, an der es keinen Studenten gibt, der Spaß am Negieren von Aussagen hat.
2. Entscheide, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind oder ob weitere Informationen benötigt werden:
   (a) $\forall x \in \mathbb{R} : \exists y \in \mathbb{R} : x < y$
   (b) $\exists y \in \mathbb{R} : \forall x \in \mathbb{R} : x < y$
   (c) $\forall x \in \mathbb{R} : (x^2 - x = 0 \Rightarrow (x = 1 \vee x = 0))$
   (d) $\exists x \in \mathbb{N} : (x \neq 0 \wedge (\forall y \in \mathbb{N} : (x \cdot y < x + y)))$