## Abbildungen

**Aufgabe [1]** Betrachte $A := \{1,2,3,4\}$ und $B := \{a,b,c,d\}$. Welche der folgenden Relationen $G_i \subseteq (A \times B)$ sind Abbildungen? Welche sind links- oder rechtstotal? Welche sind links- oder rechtseindeutig?

(i) $G_1 := \{(1,b),(2,c),(3,d),(1,a),(4,b)\}$

(ii) $G_2 := \{(1,c),(2,c),(3,c),(4,c)\}$

(iii) $G_3 := \{(4,b),(2,a),(1,a)\}$

(iv) $G_4 := \{(1,a),(2,b),(3,c),(4,d)\}$

**Aufgabe [2]** Gegeben sei die Abbildung

$$\begin{aligned} f\colon \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R} \\ x &\longmapsto x^2. \end{aligned}$$

Werte die Bildabbidung von $f$ aus und zwar an...

(i) $\{1,2,3\}$

(ii) $\{-3,-5,4\}$

(iii) $\{-6,6,\sqrt{36}\}$

(iv) $\mathbb{Z}$

Werte die Urbildabbildung von $f$ aus und zwar an...

(i) $\{1,2,3\}$

(ii) $\{-1,-2\}$

(iii) $\{-1,0,1\}$

(iv) $\{36\}$

(v) $\emptyset$

**Aufgabe [3]** Welche der folgenden Abbildungen $f_i$ sind injektiv, surjektiv, bijektiv?

(i) $f_1\colon \mathbb{Z} \longrightarrow \mathbb{Z}; \quad x \longmapsto |x|$

(ii) $f_2\colon \mathbb{R} \setminus \{1\} \longrightarrow \mathbb{R}; \quad x \longmapsto \frac{1}{x-1}$

(iii) $f_3\colon \mathbb{Z} \longrightarrow \mathbb{N}_0; \quad x \longmapsto |x|$

(iv) $f_4\colon \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}_0; \quad x \longmapsto x-1$

(v) $f_5\colon (\mathbb{R}\times\mathbb{R}) \longrightarrow (\mathbb{R}\times\mathbb{R}); \quad (x,y) \longmapsto (y, x+y)$

**Aufgabe [4]** Seien $A, B, C, D$ Mengen und

$$f\colon A \longrightarrow B$$
$$g\colon B \longrightarrow C$$
$$h\colon C \longrightarrow D$$

Abbildungen. Zeige, dass die Verkettung von Abbildungen assoziativ ist, dass also gilt

$$(h \circ g) \circ f = h \circ (g \circ f).$$

**Aufgabe [5]** Es seien $X, Y, Z$ Mengen und $f\colon X \longrightarrow Y$ sowie $g\colon Y \longrightarrow Z$ zwei Abbildungen. Finde eine mengentheoretische Formulierung der Verkettung von Abbildungen, d.h. drücke den Graphen von $g \circ f$ in den Graphen von $f$ und $g$ aus.

**Aufgabe [6]** Seien $X, Y, Z$ Mengen und $f\colon X \longrightarrow Y$, $g\colon Y \longrightarrow Z$ Abbildungen. Zeige:

(i) Sind $f$ und $g$ injektiv, dann ist auch $g \circ f$ injektiv.

(ii) Sind $f$ und $g$ surjektiv, dann ist auch $g \circ f$ surjektiv.

(iii) Ist $g \circ f$ injektiv, dann ist auch $f$ injektiv. Gilt das auch für $g$?

(iv) Ist $g \circ f$ surjektiv, dann ist auch $g$ surjektiv. Gilt das auch für $f$?